Leva Bilim Topluluğu

Leva Matematik Kampı
Bitirme Sınavı

İkinci Gün
22 Eylül 2024

Problem 4. $ab + ac + bc = 3abc$ eşitliğini sağlayan her a, b, c pozitif gerçek sayıları için

$$\frac{bc}{a^4(b+c)} + \frac{ac}{b^4(a+c)} + \frac{ab}{c^4(a+b)} \geq \frac{3}{2}$$

olduğunu gösteriniz.

Problem 5. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ dizisi $a_1 = 1$, $a_2 = 2^2$, $a_3 = 3^{3^3}$, $a_4 = 4^{4^{4^4}}$, ... şeklinde tanımlanıyor. Buna göre, hangi m pozitif tam sayıları için $\{a_n\}$ dizisinin elemanları m modunda alınabilecek tüm değerleri alır?

Problem 6. $\mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$ kümesi üzerinde tanımlanan $\sim$ bağıntısı aşağıdaki koşulları sağlıyor:

- $\sim$ bir denklik bağıntısıdır. Başka bir deyişle, her $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ için $a \sim a$ önermesi, $a \sim b \iff b \sim a$ önermesi ve $(a \sim b \wedge b \sim c) \implies a \sim c$ önermesi sağlanır.
- Her $a, b, k \in \mathbb{Z}^+$ için $(a, b) \sim (ka, kb)$.
- Her $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ve her uygun k rakamı için, a'nın ondalık gösteriminden tam olarak bir adet k silinince geriye kalan sayı a' ve b'nin ondalık gösteriminden tam olarak bir adet k silinince geriye kalan sayı b' olmak üzere, $(a, b) \sim (a', b')$. (Ondalık gösterimin başına eklenebilecek olan 0 rakamları bu tanıma dahil değildir.)

Her $a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+$ için $(a, b) \sim (c, d)$ olduğunu gösteriniz.

Sınav süresi 4 saat 30 dakikadır.
Her soru 7 puan değerindedir.